

## ОТЗЫВ

официального оппонента

о диссертации Аль-Кхазраджи Сундус Хатем Маджид на тему "О компьютерном моделировании некоторых задач фильтрации в пористой среде", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 - Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

В диссертации исследуется оригинальная математическая модель движения жидкости в пористой среде С.В. Голубева, отличающаяся от ранее изучаемых аналогичных моделей тем, что при ее описании вводятся некоторые новые понятия, характеризующие структуру фильтрационного потока жидкости. Так, в существующих теориях (Я.Бэр, Д.Заславски, М.Ирмей) предполагается, что движение жидкости в пористой среде исключает образование на границе раздела двух фильтрующихся жидкостей зоны смешения.

Между тем, как замечает Голубев, при фильтрации индивидуальной жидкости происходит движение частиц, аналогичное тем, которые обуславливают формирование зон смеси двух жидкостей. При этом, наблюдение за движением жидкости в камерах с узким входом и выходом показывает, что структура потока, когда при малых расходах всю камеру охватывает безвихревой поток, то с увеличением расхода в проточной зоне появляются вихревые зоны. По Голубеву соответствующая математическая модель представляется уравнением

$$a \frac{\partial^2 p(t, x)}{\partial x^2} = v \frac{\partial p(t, x)}{\partial t} + (1 - v) \gamma p(t, x) - (1 - v) \gamma^2 \int_0^t e^{\gamma(s-t)} p(s, x) ds,$$

коэффициенты которого зависят от доли объема проточных зон -  $v$ , константы массы обмена между проточными и застойными зонами -  $\gamma$  и коэффициентом пьезопроводности -  $a$ .

В случае отсутствия застойных зон ( $v = 1$ ) это уравнение является классическим уравнением диффузии. В общем случае уравнение Голубева рассматривалось Ю.И. Бабенко с нестационарным условием  $p(t, 0) = q(t)$  с целью нахождения градиента давления  $\left. \frac{\partial p(t, x)}{\partial x} \right|_{x=0}$  на границе области  $x=0$ . В его работе ответ дается в виде некоторого формального операторного ряда с неограниченным оператором, сходимость которого не обсуждается. Тем

самым не обсуждается и вопрос о корректной разрешимости рассматриваемой нестационарной задачи и, следующей отсюда устойчивости численного решения к погрешностям исходных данных.

В диссертации впервые фундаментальными методами функционального анализа и дифференциальных уравнений исследуется корректная разрешимость нестационарной задачи для математической модели Голубева, описывающей процесс фильтрации жидкости в пористой среде с проточными и застойными зонами. Так как основными характеристиками описываемых таким образом потоков являются коэффициенты, характеризующие долю проточных зон  $\nu$  и показатель массы обмена между этими зонами  $\gamma$ , то в диссертации ставится и решается задача о нахождении явного вида решений нестационарной задачи для уравнения Голубева. Что позволяет судить как о характере зависимости этого решения от указанных параметров, так и получить обратную информацию определения параметров  $\nu$  и  $\gamma$  по результатам эксперимента и рассмотреть вопрос о применении полученных результатов к построению автоматического регулирования для конкретных технических объектов.

Таким образом, в диссертации реализованы следующие цели и задачи как теоретического, так и прикладного характера:

1. Модификация модели В.С. Голубева движения жидкости в пористой среде с застойными зонами на случай конечной или бесконечной магистрали.
2. Разработка инструментария для анализа сформулированных краевых задач на основе установления корректности.
3. Оценка скорости затухания фильтрационного потока в модели С.В. Голубева в зависимости от доли проточных зон и коэффициента тепломассообмена.
4. Разработка предметно-ориентированной программы для реализации предлагаемого алгоритма.
5. Проведение вычислительного эксперимента и анализ результатов с практическими рекомендациями о продолжительности функционирования предлагаемой системы.

Диссертация объемом 105 страниц состоит из введения и пяти глав, разбитых на 18 параграфов, заключения и список литературы из 60 наименований. Работа содержит 11 рисунков и свидетельство о регистрации программ для ЭВМ № 2015661487.

Во введении указаны цели и задачи, поставленные в диссертации. Приводятся формулировки подходов и методов, которые используются для их решения.

В первой главе даются необходимые сведения из общей теории дифференциальных уравнений и краевых задач, применяемые в диссертации для исследования математических моделей фильтрации, вводится понятие решения и корректной разрешимости для граничных задач Дирихле и Неймана.

Во второй главе устанавливается корректная разрешимость граничных задач для уравнения фильтрации и получены оценки корректности для их решений.

В третьей главе строится алгоритм и разностная схема для численной реализации найденного решения, особенностью которой является то, что число узлов по временной переменной увеличивается от слоя к слою.

В четвертой главе по результатам анализа решения задачи фильтрации устанавливается влияние параметров  $\nu$  и  $\gamma$  на процесс и решается задача обратной связи, то есть получение информации об этих параметрах по результатам эксперимента.

Пятая глава содержит программную реализацию численного решения задачи фильтрации.

В качестве замечаний отметим, что работа не лишена опечаток. Например, на стр. 94 во 2 строке сверху фраза "... методами функционального анализа дифференциальных уравнений ..." пропущен союз " и ". На той же странице в 11 строке сверху "...показатель массы обмена..." следует написать "...показатель массы обмена..." и т.д. Однако, данные опечатки не умаляют значимость полученных в диссертации результатов и не мешают целостному восприятию материалов диссертации.

Материалы диссертации докладывались на Воронежской зимней математической школе в 2014 г., на Воронежской математической школе "Понтрягинские чтения" в 2013, 2014, 2017 гг., на Международной молодежной научной школе "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач" в 2012 г., а также на семинарах ВГУ по математическому моделированию (рук.- проф. В.А. Костин) и нелинейному анализу (рук.- проф. Ю.И. Сапронов, проф. Б.М. Даринский). Работа имеет теоретический характер. Результаты диссертации могут быть использованы в научных исследованиях, проводимых в Московском государственном университете имени М.В.Ломоносова, Российском университете дружбы

народов, Воронежском государственном университете, Воронежском государственном техническом университете, Вологодском государственном университете и других научных организациях.

На основании изложенного считаю, что диссертация Аль-Кхазраджи Сундус Хатем Маджид удовлетворяет требованиям, предъявляемым к диссертациям на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 05.13.18 --- Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ.

Официальный оппонент,

доктор технических наук, профессор,  
профессор кафедры нефтегазового  
оборудования и транспортировки  
ФГБОУ ВО "Воронежский государственный  
технический университет"



Кретинин Александр Валентинович

Телефон: +7(473)252-34-52

Электронная почта: avk-vgn@mail.ru

почтовый адрес: кафедра нефтегазового  
оборудования и транспортировки

Воронежский государственный  
технический университет

ул. 20 лет Октября, 84, Воронеж, 394006

*Подпись профессора Кретинина А.В. заверено  
Главный секретарь ученого совета ВГТУ*

*Юрид. В.В. Трезинин*

